

# Revisando Bases Modales Temporales

María Laura Cobo      Marcelo A. Falappa  
Departamento de Ciencias e Ingeniería de la Computación  
Universidad Nacional del Sur  
Bahía Blanca - Argentina  
fax: +54 291 4595136  
[mlcobo, mfalappa] @cs.uns.edu.ar

## Resumen

Uno de los aspectos que no ha sido considerado en forma profunda en el área de revisión de creencias es el de la información temporal. La mayoría de los formalismos de revisión de creencias utilizan un lenguaje proposicional, sin contar con operadores modales con referencias temporales. Esto representa una limitación importante puesto que el tiempo es un factor determinante para la toma de decisiones sobre todo en algunos formalismos, aquellos en los cuales pueda modificarse la información y adquiere relevancia *cuando* se produce esa modificación. En este trabajo brindaremos la base para el futuro desarrollo de un sistema con bases de información temporales dinámicos, en los cuales la representación del tiempo es adoptada en la forma de operadores modales temporales.

**Palabras Clave:** Revisión de Creencias, Lenguajes Lógico-Temporales.

## 1 Introducción

Los mecanismos para garantizar la consistencia del estado epistémico de cualquier agente, implicó el desarrollo de métodos de revisión de creencias. Hasta el momento no se han encontrado desarrollos tendientes a revisar conocimiento temporal, es decir, conocimiento que esta afectado por el tiempo, no solo en cuanto al cambio, sino al momento en que tal conocimiento es valedero.

Desde la filosofía y la lógica se ha tratado de capturar la noción de tiempo y de esta manera se pueden encontrar diversas maneras, a veces contrapuestas desde el punto de vista filosófico. Se encuentran así, lógicas temporales que se desprenden de las lógicas modales y en las que la noción de tiempo se encuentra capturada a través de operadores. Las lógicas más conocidas fueron desarrolladas por Arthur Prior [Pri67a, Pri67b]. Estas lógicas han servido de base para muchos lenguajes de especificación [CA00, CA99, Gab87, BFG<sup>+</sup>96].

En el presente trabajo, se plantea como línea de investigación el desarrollo de métodos de revisión para este lenguajes temporales basados en operadores modales.

## 2 Lenguaje Temporal $\mathcal{L}$

El lenguaje temporal utilizado esta formado por fórmulas de la lógica de primer orden afectadas por operadores temporales. Estos operadores serán notados a través de una serie de símbolos.

Los operadores, involucrados en el lenguaje, y su significado intuitivo son:

$\boxplus \phi$	“Siempre en el futuro $\phi$ ”
$\boxminus \phi$	“Siempre en el pasado $\phi$ ”
$\square \phi$	$\boxminus \phi \wedge \phi \wedge \boxplus \phi$ (“Siempre en el pasado, ahora y futuro”)
$\lozenge \phi$	“Alguna vez en el futuro $\phi$ ”
$\Diamond \phi$	“Alguna vez en el pasado $\phi$ ”
$\Diamond \phi$	$\lozenge \phi \vee \phi \vee \Diamond \phi$ (“Alguna vez el pasado, en el futuro o ahora”)
$\oplus \phi$	“En el próximo instante $\phi$ ”
$\ominus \phi$	“En el instante previo $\phi$ ”
$\mathcal{S}(\phi, \psi)$	“ $\phi$ desde que se verifica $\psi$ ”
$\mathcal{U}(\phi, \psi)$	“ $\phi$ hasta que se verifica $\psi$ ”

Los operadores pueden ser caracterizados por distintas propiedades, entre ellas las siguientes:

**Reflexividad:** cuando un operador es reflexivo su semántica necesariamente debe considerar el momento de evaluación de dicho operador. Por ejemplo, si se considera que el operador “siempre en el pasado” cumple con esta propiedad, la proposición afectada debe darse ahora, en el presente, y además, en todos los momentos del pasado. En el caso de los operadores binarios como *Since*, *Until* la *reflexividad* del operador implica que, para un par de proposiciones  $\alpha$  y  $\beta$ , puede darse que  $\beta$  sea verdadera ahora provocando que  $\mathcal{S}(\alpha, \beta)$  se verifique ante la sola presencia de  $\beta$  en el momento actual. En cambio si se pide que verifique *irreflexividad*, debe al menos ser verdadera  $\alpha$  en el presente, para que verifique la proposición en cuestión.

**Fuerte:** esta propiedad asegura la existencia de un próximo instante donde la proposición debe verificarse. El contrapuesto, un operador *débil*, no asegura siempre la existencia de un próximo instante de tiempo. El pedir que un operador binario como  $\mathcal{S}(\alpha, \beta)$  sea *fuerte* implica que la proposición  $\beta$  debe ser verdadera en algún momento, mientras que el pedir que sea *débil* implica que puede darse el caso de que  $\beta$  no sea verdadera en ningún momento. Esto podría darse si siempre se deduce  $\alpha$  y no se deduce nunca  $\beta$  de la base de conocimiento.

## 3 Aspectos importantes sobre el lenguaje temporal

Desde un punto de vista inicial, hay ciertos aspectos que es importante mencionar. Si el proceso de revisión se produce cada vez que se agrega información externa, se pueden dar situaciones de incompatibilidad.

La posibilidad de incompatibilidad, depende de cual sea el momento de tiempo a partir del cual la información ingresada es verdadera. Si el tiempo en el cual la información llega al sistema es independiente del tiempo de la sentencia ingresada, el ejemplo presentado *siempre* presenta incompatibilidad. En el caso anterior, de no considerar independiente estas nociones,

posiblemente no haya incompatibilidad ya que los operadores que reflejan la noción “alguna vez”, puede tomar lugar antes de que el siempre sea válido. En realidad, esta segunda opción genera un base temporal diferente, donde este cambio se ve reflejado.

## 4 Hacia una teoría de revisión temporal

Como primer paso, resulta necesario establecer cuales serán las propiedades o postulados que deberían respetar los operadores de cambio que traten con información temporal. En las siguientes subsecciones presentaremos postulados característicos de tales operadores sin referencia a la construcción de los mismos.

### 4.1 Postulados para los operadores de cambio

Sean  $\alpha$  y  $\beta$  sentencias de un lenguaje  $\mathcal{L}$  presentado anteriormente  $\sim$  un operador de contracción. Reformulando los postulados de los modelos tradicionales de cambio, podríamos obtener los siguientes postulados básicos para contracciones:

**Clausura:** Si  $K_{(T)} = Cn(K_{(T)})$  entonces  $K_{(T)} \sim \alpha = Cn(K_{(T)} \sim \alpha)$

**Inclusión:**  $K_{(T)} \sim \alpha \subseteq K_{(T)}$

**Vacío:** Si  $\alpha \notin Cn(K_{(T)})$  entonces  $K_{(T)} \sim \alpha = K_{(T)}$

**Éxito:** Si  $\alpha \in K_{(T)}$  entonces  $\alpha \notin Cn(K_{(T)} \sim \alpha)$

**Recuperación:**  $K_{(T)} \subseteq (K_{(T)} \sim \alpha) + \alpha$

**Preservación:** Si  $\vdash \alpha \leftrightarrow \beta$  entonces  $Cn(K_{(T)} \sim \alpha) = Cn(K_{(T)} \sim \beta)$

Es importante destacar que estos postulados están basados en los presentados como parte del modelo AGM [AGM85, Gä88]. Además  $K_{(T)}$  representa la base de conocimiento en el momento  $T$  del sistema.

Análogamente, sea  $\star$  un operador de revisión. Reformulando nuevamente los postulados de los modelos tradicionales de cambio, podríamos obtener los siguientes postulados básicos para revisiones:

**Clausura:** Si  $K_{(T)} = Cn(K_{(T)})$  entonces  $K_{(T)} \star \alpha = Cn(K_{(T)} \star \alpha)$

**Éxito:**  $\alpha \in K_{(T)} \star \alpha$

**Inclusión:**  $K_{(T)} \star \alpha \subseteq K_{(T)} + \alpha$

**Vacío:** Si  $\alpha \notin Cn(K_{(T)})$  entonces  $K_{(T)} \star \alpha = K_{(T)} + \alpha$

**Consistencia:** Si  $\not\vdash \neg\alpha$  entonces  $Cn(K_{(T)} \star \alpha) \neq K_{\perp}$

**Preservación:** Si  $\vdash \alpha \leftrightarrow \beta$  entonces  $Cn(K_{(T)} \star \alpha) = Cn(K_{(T)} \star \beta)$

Asumiremos que  $\mathcal{L}^e$  representa el conjunto de sentencias específicas, esto es, aquella sentencias de la forma  $\oplus\alpha$  o  $\ominus\alpha$ , con  $\alpha \in \mathcal{L}$ . Además de estos postulados previos, se proponen los siguientes postulados adicionales:

**Clausura temporal:** Si  $\vdash \alpha$  entonces  $\Box\alpha \in K_{(T)}\star\beta, \forall\beta \in \mathcal{L}$ .

Este postulado plantea la necesidad de contar con todos los teoremas en forma temporal, esto es, los teoremas son válidos en todos los momentos de tiempo. Es por eso que, sin importar con que fórmula  $\beta$  del lenguaje se esté revisando nuestra base de conocimiento, se agregará a la misma *siempre*  $\alpha$ , para cualquier teorema  $\alpha$ .

**Prioridad de información específica:**

1. Si  $\oplus\alpha(\ominus\alpha) \in K_{(T)}$  entonces  $\Diamond\alpha \notin K_{(T)}\star\beta, \forall\beta \in \mathcal{L}$ .
2. Si  $\oplus\alpha(\ominus\alpha) \in K_{(T)}$  entonces  $\Diamond\alpha(\Diamond\alpha) \notin K_{(T)}\star\beta, \forall\beta \in \mathcal{L}$ .

El lenguaje temporal que presentamos cuenta con operadores temporales que capturan el tiempo de una forma imprecisa. Se cuenta con un momento de tiempo destacado, usualmente llamado “presente”, y todas las referencias temporales hechas a través de los operadores dependen de ese momento destacado. Se puede observar en la definición que la mayoría de estos operadores proveen definiciones vagas de tiempo. Por ejemplo,  $\Diamond\alpha$  representa que  $\alpha$  será verdadera en algún momento del futuro pero no se tiene precisión de cuando lo será. Los únicos operadores que proveen una cierta precisión sobre el momento en el que la formula afectada por ellos es verdadera son los operadores  $\oplus$  y  $\ominus$ .

Desde el punto de vista del conocimiento que se desea mantener, es de suma utilidad tratar de mantener la mayor cantidad de conocimiento temporalmente específico, ya que de alguna manera representa un conocimiento mas fino o detallado del entorno.

**Prioridad de información  $\Diamond$ :** Si  $\Diamond\neg\alpha \in K_{(T)}$  entonces  $\Box\alpha \notin K_{(T)}\star\beta, \forall\beta \in (\mathcal{L}^1)$ .

De la misma manera que en el conjunto de postulados anterior se prefiere la información más concreta, temporalmente hablando, en este caso se plantea la preferencia de la información que es verdadera “*alguna vez*” que la que “*siempre*” lo es. Esto se debe a que en los entornos más concretos de aplicación, la información del tipo *siempre* es menos probable o creíble desde el punto de vista temporal. Se puede pensar en cualquier entorno probable o conocido, el conocimiento de las posibles excepciones es más enriquecedor que el conocer que una determinada cosa sea verdadera por siempre.

**Excepciones:**

**En el pasado:** Si  $\Box\alpha \in K_{(T)}$  entonces  $K_{(T)}\star\Diamond\neg\alpha = K_{(T)}\sim\Box\alpha + [\mathcal{U}(\alpha, \neg\alpha) \wedge \Diamond\neg\alpha \wedge \Box\alpha]$ .

**En el futuro:** Si  $\Box\alpha \in K_{(T)}$  entonces  $K_{(T)}\star\Diamond\neg\alpha = K_{(T)}\sim\Box\alpha + [\mathcal{S}(\alpha, \neg\alpha) \wedge \Diamond\neg\alpha \wedge \Box\alpha]$ .

Esta excepciones tratan con la necesidad de mantener la mayor cantidad de información original como sea posible. Al conocer una determinada información  $\alpha$  como verdadera en todos los momentos de tiempo y revisar con respecto a la posibilidad de que esa misma información sea falsa en algún momento, lo que podemos concluir es que  $\alpha$  seguirá siendo verdadera desde o hasta (según el caso) que se compruebe que en determinado momento  $\alpha$  es falsa.

**Aceptación de Contraejemplo:** Si  $\Box\alpha \in K_{(T)}$  entonces  $K_{(T)}\star\neg\alpha = K_{(T)}\sim\Box\alpha + (\boxplus\alpha \wedge \boxminus\alpha)$

Este postulado presenta la capacidad de mantener la mayor cantidad de información temporal una vez que se produce un cambio en el momento destacado o “presente”. De esta manera, a pesar del contraejemplo, se puede seguir manteniendo la información anterior para el resto de la estructura temporal.

Es importante destacar que algunos de los postulados deben ser considerados para otros operadores temporales del lenguaje  $\mathcal{L}$ .

## 5 Conclusiones y Trabajos Futuros

En este trabajo se presentan los postulados preliminares para el desarrollo de una teoría de cambio de creencias temporal. No obstante, es necesario definir algoritmos para operadores de contracción y revisión que respeten los postulados presentados en este trabajo. Como trabajo futuro, resta obtener conjuntos más completos de postulados y obtener teoremas de representación de estos operadores, esto es, dar definiciones constructivas, postulados básicos, y demostrar que todo operador construido con los algoritmos formulados satisface los postulados propuestos y viceversa.

## Referencias

- [AGM85] C. Alchourrón, P. Gärdenfors, and D. Makinson. On the logic of theory change: Partial meet contraction and revision functions. *The Journal of Symbolic Logic*, 50:510–530, 1985.
- [BFG<sup>+</sup>96] H. Barringer, M. Fisher, D. Gabbay, R. Owens, and M. Reynolds. *The Imperative Future: Principles of Executable Temporal Logic*. Research Studies Press Ltd., 1996.
- [CA99] M. L. Cobo and J. C. Augusto. Fundamentos lógicos e implementación de una extensión a temporal prolog. *The Journal of Computer Science and Technology (JCS&T), sponsored by ISTEAC (Iberoamerican Science & Technology Education Consortium)*, 1(2):22–36, 1999.
- [CA00] M. L. Cobo and J. C. Augusto. Towards a Programming Language Based on Prior’s Metric Temporal Operators. In *Proceedings del VI Congreso Argentino de Cs. de la Computación, CACiC2000*, pages 453–464, 2000.
- [Gä88] P. Gärdenfors. *Knowledge in Flux: Modelling the Dynamics of Epistemic States*. The MIT Press, Bradford Books, Cambridge, Massachusetts, 1988.
- [Gab87] D. M. Gabbay. Modal and temporal logic programming. In Antony Galton, editor, *Temporal Logic and their Applications*, pages 197–236. Academic Press, 1987.
- [Pri67a] A. Prior. *Past, Present and Future*. Clarendon Press, 1967.
- [Pri67b] A. Prior. Stratified metric tense logic. *Theoria* 33, pages 28–38, 1967.